

PhD kutatási témajavaslat

BME, Matematika és Számítástudományok Doktori Iskola

A témavezető neve, tud. fokozata (külső témavezető esetén tanszéki konzulens adatai is):

Pete Gábor, PhD

A PhD téma címe: Síkbeli véletlen folyamatok kritikus viselkedése

A kidolgozandó feladat tömör leírása: A modern valószínűségszámítás és statisztikus fizika által vizsgált fázisátmenetek alapmodelljei a síkrácsokon vett perkoláció és a mágnesség Ising modellje, melyeknek a kritikus sűrűsége avagy hőmérsékleten való viselkedése a legérdekesebb. A háromszög rácson a kritikus csúcsperekoláció konforminvarianciáját Smirnov igazolta 2001-ben, ami a Schramm-Löwner Egyenlettel (2000) együtt a modell nagyon alapos megértését tette lehetővé. Az univerzalitás sejtés szerint az így kiszámolt kritikus exponensek függetlenek attól, hogy milyen síkrácson nézzük a kritikus perkolációt, még ha a kritikus sűrűség értéke függ is a rácstól. Alapvető feladat lenne tehát Smirnov bizonyításának kiterjesztése egyéb síkrácsokra:

Probléma 1. Egy homogén Poisson pontfolyamat Voronoi diagramja egy véletlen háromszögezett gráf, melyen a csúcsperekoláció kritikus sűrűsége majdnem biztosan $\frac{1}{2}$ [Bollobás-Riordan 2006]. Bizonyítsuk a konforminvarianciát!

A konforminvariáns skálalimeszek univerzalitása sokkal jobban megértett a kritikus spin Ising modellben és annak Fortuin-Kasteleyn reprezentációjában, megintcsak Smirnov és társszerzői munkája nyomán. A fázisátmenetek vizsgálatában azonban a kritikus rendszerek megértése nem az egyetlen cél; a közel-kritikus és dinamikus rendszerek új típusú kérdéseket is fölvetnek, új módszereket kívánva. A perkoláció, és kisebb részben az FK Ising modell esetében, ezeket a problémákat viszonylag jól megértettük az elmúlt pár évben, de sok izgalmas nyitott kérdés is maradt.

Probléma 2. A háromszög rácscsoportján az Inváziós Perkoláció és a Minimális Feszítőfa skálalimeszei léteznek és forgatásinvariánsak [Garban-Pete-Schramm 2013]. Igazoljuk, hogy nem konforminvariánsak!

Probléma 3. Ismert, hogy a dinamikus perkolációnak és a dinamikus FK Ising modellnek létezik skálalimesze [Garban-Pete-Schramm 2013, ill. Garban-Pete leírás alatt], azon az időskálán, ahol a makroszkópikus fűrtstruktúra változik. A spin Ising modellre viszont ez egyáltalán nem ismert, még a megfelelő skálázás sem egészen világos.

Probléma 4. Dinamikus perkolációban a makroszkópikus fűrtstruktúra sokkal gyorsabban változik [Garban-Pete-Schramm 2010], mint a teljes rendszer keverési ideje, amit egyszerűen a rendszer sűrűségének változása ad meg. A kritikus Ising modellben ismert, hogy a keverési idő a rendszerméretben polinomiális [Lubetzky-Sly 2012], de mi a kitevő pontos értéke és oka?

A jelentkezővel szemben támasztott elvárások (pl. idegen nyelv ismeret, matematika bizonyos irányainak alaposabb ismerete, stb.): Az angol nyelv ismerete és alapos valószínűségszámítási felkészültség kötelező. Komplex analízis és sztochasztikus differenciálegyenletek ismerete előny.

A témavezető elérhetősége (külső témavezető esetén tanszéki konzulens adatai is):

Telefon: +36 30 6759824 E-mail: gabor@math.bme.hu

A doktori munka készítésének helye (tanszék megnevezése, külső témavezető esetén külső kutatóhely is): Sztochasztika Tanszék

Nyilatkozat A javasolt témában kutatás feltételei a tanszéken biztosítottak, a téma meghirdetését a tanszékvezető jóváhagyta.