

PhD témakiírás

A PhD téma címe:

Adott transzformációkra nézve invariáns függvények szerinti összeg-előállítások

A kidolgozandó feladat részletezése:

Ha a folytonos f függvény előáll, mint n db. rendre a_j szerint periodikus f_j függvény összege, azaz (*) $f=f_1+f_2+\dots+f_n$, akkor egyúttal szükségképpen (**) $D_1\dots D_n f=0$, ahol D_j az a_j lépésköz szerinti differencia-operátor: $D_j f(x) = f(x+a_j)-f(x)$. Természetesen merül fel a kérdés (Ruzsa, ~ 1975 ?) hogy ha egy folytonos f függvény teljesíti (**) -ot, akkor szükségképpen rendelkezik-e hasonló (folytonos) felbontással? Amennyiben f korlátos és folytonos, a válasz igenlő (Laczkovich-Révész, ~ 1985).

Ebből az eredményből kiindulva számos más függvényosztályban, majd általában különböző terek transzformációin is vizsgálták a periodikus ill. invariáns felbontás kérdését. Legyen X egy alaphalmaz, $T X$ egy transzformációja (önmagába történő leképezése). Azt mondjuk, hogy egy X -en értelmezett f fv. T -re nézve invariáns, ha $f(Tx)=f(x)$ azonosan teljesül, azaz, a megfelelő D_T differencia-operátorral $D_T f = 0$. Egymással felcserélhető T_1, \dots, T_n transzformációk esetén a fentiek analógiájára nyilvánvalóan (*) maga után vonja (**) teljesülését, itt most D_j alatt a T_j szerinti differencia-operátort értve.

Különböző kérdések – és sokszor meglepő, egymástól eltérő válaszok – adódnak, ha X struktúrájáról, a T_j transzformációkról és a vizsgált függvényekről más-más feltevéseket teszünk. Ebben az irányban a mai napig is születnek eredmények, és az általános probléma-felvetés számos irányban vizsgálható most is.

Ha X csak absztrakt halmaz, a függvényeink és transzformációink is tetszőlegesek, akkor általában (**) nem elégséges (*) teljesüléséhez (Farkas-Révész, 2007). Be tudtuk bizonyítani, hogy bizonyos további, kapcsolódó differencia-egyenletek teljesülése is szükséges, viszont ezek feltevése mellett (*) ismét csak karakterizálható, ha $n=1,2,3$, vagy ha pl. a T_j transzformációkról csak annyit fel tudunk tenni, hogy azok invertálhatóak. Tetszőleges (felcserélhető) T_j transzformációk és $n>3$ mellett azonban az általános karakterizáció kérdése még megoldatlan.

A jelentkezővel szemben támasztott elvárások:

Ismerje a szükséges klasszikus- és funkcionálanalízis, topológia, halmazelmélet, komplex függvénytan, Fourier-analízis alapokat. Legyen kész a téma részben önálló megtanulására.

A doktori munka készítésének helye és címe:

MTA Rényi Alfréd Matematikai Intézet
Budapest V. Reáltanoda u. 13-15.

A témavezető adatai

Neve: **RÉVÉSZ Szilárd**

Tudományos fokozata: **kandidátus**

Telefon: **(1)-4838350**

E-mail: **revesz@renyi.hu**

A tanszéki témavezető adatai (ha a téma kiírója külső intézmény dolgozója)

Neve: G. Horváth Ákos

Tudományos fokozata: kandidátus

Telefon:

E-mail: ghorvath@math.bme.hu