

## PhD szigorlat **Analízis** tárgyai

### **Főtárgyak:**

Valós és komplex függvények: 1+4+5.

Funkcionálanalízis: 2+3+6.

Alkalmazott analízis: 7+8+9.

**Melléktárgy:** Bármely kettő a fenti témák közül.

**Mérték és integrálelmélet:**  $s$ -algebra és szorzat  $s$ -algebra, mérhető terek és mérhető függvények, mérték, az absztrakt Lebesgue-integrál felépítése, konvergencia-tételek, szorzatmérték és a Fubini-tétel, elpé-terek, a  $C(K)$  tér duálisa, előjeles mérték Jordan-felbontása, Lebesgue-felbontás abszolút folytonos és szinguláris részre, invariás mérték lokálisan kompakt topologikus csoportokon (egzisztencia, unicitás és példák), az integrálás általánosításai (Bochner- és Pettis-integrál).

### Irodalom

P. Malliavin, Integration and Probability I.-III. fejezet, Springer

D. L. Cohn, Measure theory, Birkhauser, 1980

J. Diestel and J.J. Uhl, Vector measures (AMS, 1977)

**2. Operátoralgebrák:** Topológiák a Hilbert-tér korlátos operátorain,  $-$ algebrák elemi elmélete: pozitív lineáris funkcionálok, kommutatív algebrák, a Gelfand-féle reprezentációs tételek, a GNS konstrukció; Neumann-algebrák elemi elmélete: a Neumann-féle második kommutáns tétel, a Kaplansky-féle sűrűségi tétel; projekciók geometriája, a faktorok típusai.

### Irodalom

R. V. Kadison, J. Ringrose, Fundamentals of the theory of operator algebras I. kötet, Academic Press.

G. K. Pedersen,  $C^*$ algebras and their automorphism groups, Academic Press, 1979.

**3. Mátrixanalízis:** Mátrixok sajátértékei, szinguláris értékei és sajátvektorai, pozitív definit mátrixok, mátrixnormák, a majorizálás reláció, operátor monoton és operátor konvex függvények, mátrix függvények differenciálása, nemnegatív elemű mátrixok.

### Irodalom

R. Bhatia: Matrix analysis, Springer

**4. Komplex analízis:** Komplex vonalintegrál, Cauchy formulák, Liouville-tétel, maximumelv és változatai (harmonikus függvények, Phragmén-Lindelöf tételek) Morera tétele, residuumtétel és alkalmazásai, konform leképezések, Weierstrass-sorozat. Mittag-Leffler tétel, analitikus folytatás.

#### Irodalom

J. Bak, D. J. Newman, Complex analysis, Springer

J. Duncan, Bevezetés a komplex függvénytanba, Műszaki Könyvkiadó, 1974

H. A. Priestley, Introduction to complex analysis, Oxford Sci. Pub., 1990

**5. Fourier analízis:** Fourier-sorok konvergenciája: Dirichlet-mag, Fejér-mag, konvergencia kritériumok, divergencia-jelenségek. Fourier-együtthatók. Bochner tétel. Fourier-transzformáció tulajdonságai. Lokálisan kompakt Abel-csoportok Fourier analízise: dualitás, struktúra-tétel, multiplikátor-probléma.

#### Irodalom

M. Rudin, Fourier analysis on groups I.-V. fejezet, Intersciences Publ. Edwards, Fourier series I.

**6. Funkcionálanalízis:** Topologikus vektorterek Banach-terek, duális tér, a Fourier transzformáció és a gyorsan csökkenő függvények tere, a disztribúcióelmélet alapjai, kompakt operátorok, Banach algebrák elemi elmélete, korlátos operátorok Hilbert-terekben, a spektrál tétel, a Cayley-transzformáció, önadjungált operátorok, operátor félcsoportok.

#### Irodalom

W. Rudin, Functional analysis, John Wiley

J. B. Conway, A course in functional analysis, Springer

Petz. D, Lineáris Analízis, Műegyetemi Kiadó, 2001

**7. Lineáris rendszerek:** Problémák linearizálása. Az átmeneti (transition) mátrix. Mátrixok exponenciális függvénye és inhomogén lineáris differenciál egyenlet. Periodikus egyenletek. Aszimptotikus viselkedés. Lineáris idővariáns és invariáns rendszerek. Irányíthatóság. Megfigyelhetőség. A weighting pattern és minimális realizációk. Az időinvariáns eset: a frekvenciaválasz. Realizálás-elmélet,

McMillan

fokszám. Visszacsatolás. Pozitív lineáris rendszerek. A legkisebb négyzetek módszerének alkalmazása. Stabilitás. Digitális filterek és lineáris rendszerek. Hardy terek. Approximáció és interpoláció. Hankel-norma approximáció és minimalizálás. Rendszer redukció.

#### Irodalom

R. W. Brockett, Finite dimensional linear systems, John Wiley, 1970

C. K. Chui and G. Chen, Discrete optimization, Springer, 1997

**8. Approximációelmélet:** Legjobb megközelítés létezése és unicitása. Lineáris operátorokkal való közelítés, Korockin tétele, Bernstein operátor. Lagrange interpoláció. A legjobb megközelítés egyenletes konvergenciája, Weierstrass típusú tételek. Legjobb megközelítés integrál normákban, ortogonális polinomok. Spline függvényekkel való interpoláció és approximáció. Csebisev polinomok extrémális tulajdonságai.

#### Irodalom

M. J. D. Powell, Approximation theory and methods, Cambridge Univ. Press, 1988

R. A. DeVore, G. G. Lorentz, Constructive Approximation, Springer, 1991

**9. Numerikus módszerek:** Hibaanalízis; lineáris egyenletrendszerek direkt és iterációs megoldása; sajátértékek és sajátvektorok közelítő kiszámítása; nemlineáris egyenletek és egyenletrendszerek numerikus megoldása; interpoláció; közelítés legkisebb négyzetek értelemben; numerikus integrálás; közönséges differenciálegyenletek kezdeti- és peremérték feladatainak numerikus megoldása.

#### Irodalom

Stoyan Gisbert, Takó Galina, Numerikus módszerek I-II. Typotex, Budapest, 1993, 1995

A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri, Numerical Mathematics Springer, New York 2000