

PhD kutatási témajavaslat

BME, Matematika és Számítástudományok Doktori Iskola

A témavezető neve, tud. fokozata (külső témavezető esetén tanszéki konzulens adatai is):

Marx Dániel, PhD

A PhD téma címe:

Paraméteres algoritmusok és bonyolultságelmélet

A kidolgozandó feladat tömör leírása:

A gyakorlatban felmerülő algoritmikus problémák jelentős része NP-nehéz, így ezekre nem várhatunk polinom idejű algoritmust. Ha meg kívánjuk oldani ezeket a problémákat, akkor ez mindenképpen csak exponenciális futási idejű algoritmussal történhet, de nagyon nem mindegy, hogy a futási idő miben exponenciális. A paraméteres bonyolultságelmélet célja az, hogy a futási idő exponenciális növekedését a probléma valamilyen jól meghatározott jellemzőjére korlátozzuk. Így nagy méretű problémákra is hatékony algoritmust tudunk adni, ha ezen paraméter értéke kicsi.

Példaként tekintsük a maximális klikk és a minimális lefogó ponthalmaz problémákat. Ha azt kívánjuk eldönteni, hogy létezik-e k méretű klikk egy n csúcsú gráfban, akkor ezt megtehetjük az $O(n^k)$ eset végigpróbálásával. Rögzített k esetén ez egy polinom idejű algoritmust ad, de ez a módszer teljesen használhatatlan már pl. $n=100$ és $k=10$ esetén is. Hasonlóan, az összes eset vizsgálatával a minimális lefogó csúcsalmaz problémát is meg tudjuk oldani $O(n^k)$ próbálkozással. Viszont itt lényegesen jobb, $O(kn + 1.2852^k)$ idejű algoritmus is ismert. Ez az algoritmus hatékonyan működik pl. $k=50$ esetén bármilyen ésszerű méretű n mellett.

A kulcskérdés az, hogy a futási időben a k paraméter ne forduljon elő az n kitevőjében, mert akkor az n növelésével a futási idő robbanásszerűen növekszik, még kis k érték esetén is. A paraméteres bonyolultságelmélet központi fogalma az **uniform polinomiális algoritmus**, ami azt jelenti, hogy a futási idő $f(k) \cdot n^c$ valamilyen csak k -tól függő függvényre és c konstansra. A minimális lefogó ponthalmazhoz hasonlóan számos NP-nehéz problémára létezik uniform polinomiális algoritmus. Az ilyen algoritmusok konstruálása egyáltalán nem triviális, sokszor rendkívül érdekes és mély kombinatorikai eszközök kerülnek elő.

Az NP-teljesség elméletéhez hasonlóan a paraméteres bonyolultság is rendelkezik egy negatív eszköztárral, amellyel a nehéz problémákat azonosíthatjuk. Azzal, hogy egy problémáról igazoljuk, hogy W[1]-nehéz, azt bizonyítjuk, hogy (a szokásos bonyolultságelméleti feltételezések mellett) a problémára nem adható uniform polinomiális algoritmus.

A leglényegesebb technikák megismerése után a jelölt feladata önálló eredmények elérése a paraméteres problémák vizsgálata terén. Ez azt jelenti, hogy uniform polinomiális algoritmusok konstruálásával illetve teljességi eredmények bizonyításával kell az egyes problémák, problémaváltozatok bonyolultságát meghatározni. A tématerület viszonylagos fiatalsága miatt még számos alapvető nyitott kérdés vár megválaszolásra, így sok lehetőség nyílik új eredmények elérésére. Igény esetén lehet foglalkozni egy konkrét alkalmazási területhez kapcsolódó problémákkal, vagy az algoritmusok gyakorlatban történő alkalmazásának a hatékonyságával.

Szakirodalom:

1. Downey, Fellows: Parameterized Complexity. Springer, 1999.
2. Niedermeier: Invitation to fixed-parameter algorithms. Oxford, 2006.
3. Flum, Grohe: Parameterized Complexity Theory. Springer, 2006.

A jelentkezővel szemben támasztott elvárások (pl. idegen nyelv ismeret, matematika bizonyos irányainak alaposabb ismerete, stb.):

angol nyelvtudás

A témavezető elérhetősége (külső témavezető esetén tanszéki konzulens adatai is):

Telefon: 4632585

E-mail: dmarx@cs.bme.hu

A doktori munka készítésének helye (tanszék megnevezése, külső témavezető esetén külső kutatóhely is):

Számítástudományi és Információelméleti Tanszék

Nyilatkozat

A javasolt témában kutatás feltételei a tanszéken biztosítottak, a téma meghirdetését a tanszékvezető jóváhagyta.