

PhD szigorlat Sztochasztika tárgyai

Főtárgy:

Valószínűségszámítás: 1+2+3+4+5.

Információelmélet: 3+4+6+8.

Statisztika: 1+7+8+9.

Melléktárgy: Bármely kettő a fenti témák közül.

1. A valószínűségszámítás alapjai: Kolmogorov axiómarendszere, mértékelmélet. Borel-Cantelli lemmák. Konvergenciatípusok és kritériumaik. Egyenletes integrálhatóság. Dunford és Pettis tétele. Kolmogorov alaptétele. Sztochasztikus folyamat folytonosságának Kolmogorov kritériuma. Feltételes várható érték, reguláris feltételes eloszlás. Valószínűségi mértékek metrikus terekben, gyenge konvergencia, kompaktsági kritérium (Prohorov) Mértékek a $C[0,1]$ és $D[0,1]$ függvénytereken, a feszesség kritériumai.

Irodalom:

Rényi Alfréd: Valószínűségszámítás. Tankönyvkiadó, Bp. 1972.

John Lamperti: Probability. A survey of the mathematical theory. Wiley, New York, 1996.

Richard Durrett: Probability: theory and examples. Duxbury Press, Belmont, CA, 1996.

Patrick Billingsley: Convergence of probability measures. Wiley, New York, 1999.

2. Martingálok és határeloszlástételek: Martingál egyenlőtlenségek, megállási szabályok, opcionális megállás. Szubmartingál, konvergencia tétel, feltételes variancia folyamat. Kolmogorov 0-1 törvény, nagy számok törvényei, iterált logaritmus tétel. Centrális határeloszlástétel (globális és lokális alak). Cramer tétele, a nagy eltérések elmélete.

Irodalom:

Richard Durrett: Probability: theory and examples. Duxbury Press, Belmont, CA, 1996.

David Williams: Probability with martingales. Cambridge University Press, Cambridge, 1991

Amir Dembo, Ofer Zeitouni: Large deviations techniques and applications. Springer-Verlag, New York, 1998

3. Bolyongások és Markov láncok: Rekurrencia probléma, Pólya tételek. Tükrözési elv és alkalmazásai, arcsin tételek. Potenciálmélet. Markov lánc állapotainak osztályozása, rekurrencia fogalmak. Stacionárius mérték, ergodtételek. Megfordított lánc, reverzibilitás. Felújítási folyamatok. Elágazó folyamatok. Születési-kihalási folyamatok. Tömegkiszolgálási folyamatok. Markov mezők, Gibbs mértékek, Ising modell.

Irodalom:

William Feller: An Introduction to Probability Theory and its Applications I. Wiley, New York 1968.

Frank Spitzer: Principles of random walks. Springer, New York, 1976.

Samuel Karlin, Howard Taylor: Sztochasztikus folyamatok. Gondolat Kiadó, Bp. 1985

4. Stacionárius folyamatok, ergodelmélet: L_2 -elmélet, spektrálmérték, spektrális jellemzés. Gauss folyamatok, mozgó átlag-, autoregresszív-, ARMA-folyamatok. Ornstein-Uhlenbeck folyamat. Az ergodelmélet alappéldái: körvonal forgatása, tórusz eltolása, pék leképezése, Arnold macskája, Gauss-leképezés. Neumann és Birkhoff-Hincsin ergodtételei. Kingman szubadditív ergodtétele. Ergodikus és keverő leképezések, entrópia-elmélet (Kolmogorov-Sinai-tétel). Szimbolikus dinamika, Bernoulli-automorfizmusok.

Irodalom:

John Lamperti: Stochastic Processes – a Survey of the Mathematical Theory. Springer 1977.

Peter Walters: An introduction to ergodic theory. Springer-Verlag, New York- Berlin, 1982. ide kell még valami

5. Sztochasztikus analízis: Wiener folyamat: konstrukció és alaptulajdonságok. Donsker-féle (gyenge) invariancia elv. Poisson folyamat. Itô integrál Wiener folyamat szerint. Nevezetes sztochasztikus differenciálegyenletek (Ornstein-Uhlenbeck folyamat, B folyamatok). Diffúziós folyamatok. Cameron-Martin-Girsanov tétel, Feynman-Kac formula. Alkalmazás a pénzügyi matematikában: Black-Scholes formula.

Irodalom:

Daniel Revuz, Marc Yor: Continuous martingales and Brownian motion. Third edition. Springer-Verlag, Berlin, 1999

Kai-Lai Chung, Ruth Williams: Introduction to Stochastic integration. Second Edition. Birkhäuser 1990.

H. P. McKean: Stochastic Integrals. Academic Press, New York, 1969

6. Információelmélet: Az információmennyiség mértékszámai, a típusok módszere. Forráskódolás állandó és változó hosszúságú kódszavakkal. Shannon-kód, Huffman kód, aritmetikai kódolás. Univerzális kódolás emlékezet nélküli, Markov és véges állapotú

forrásokra, a Lempel–Ziv kód és változatai. Kódolási tételek emlékezet nélküli csatornákra, lineáris kódok. Információelméleti módszerek a statisztikában.

Irodalom:

Imre Csiszár, János Körner: Information theory. Third edition. Akadémiai Kiadó, Budapest 1997

Thomas Cover, Joy Thomas: Elements of information theory. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1991

7. Statisztikai alapfogalmak, becslélmélet: Tapasztalati eloszlás, Glivenko–Cantelli tétel. Rendezett minták elmélete. Kolmogorov–Szmirnov tételkör. Tapasztalati eloszlásfüggvény gyenge konvergenciája a Wiener hídhoz. Elégséges és teljes statisztik fogalma, Neyman–Fisher faktorizáció, exponenciális eloszláscsalád. Pontbecslések: torzítatlanság, efficiencia, konzisztencia. Rao–Blackwell–Kolmogorov tétel, Cramér-Rao típusú egyenlőtlenségek. Becslési módszerek: maximum likelihood elv, momentumok módszere, Bayes becslések és e becslések tulajdonságai. Intervallumbecslések, Student- és c^2 -eloszlás tulajdonságai.

Irodalom:

Borovkov A. A.: Matematikai statisztika. Typotex, Budapest, 1999.

Johnson R.A., Bhattacharyya G.K.: Statistics. Principles and Methods. Wiley, New York, 1992.

Kendall M.G., Stuart A.: The Theory of Advanced Statistics I-II. Griffin, London, 1966.

Lehman E. L.: Theory of Point Estimation. Wiley, New York, 1983.

8.

Hipotézisvizsgálat:

Hipotézisvizsgálati alapfogalmak, randomizált próbák. Neyman–Pearson alaplemma és kiterjesztései összetett hipotézisek vizsgálatár monoton likelihood-hányadosú eloszláscsalád esetén . Egyenletesen legerősebb és torzítatlan próbák, nagy eltérés tételek alkalmazása a statisztikában.

Egyoldali, kétoldali ellenhipotézisek; likelihood-hányados próba, a próbastatisztika aszimptotikus eloszlása. Klasszikus paramé nemparaméteres próbák optimalitása. Kolmogorov–Szmirnov próbák. A Wald- féle szekvenciális eljárás, Wald-Wolfowitz tétel.

Irodalom:

Borovkov A. A.: Matematikai statisztika. Typotex, Budapest, 1999.

Johnson R.A., Bhattacharyya G.K.: Statistics. Principles and Methods. Wiley, New York, 1992.

Kendall M.G., Stuart A.: The Theory of Advanced Statistics II-III. Griffin, London, 1966.

Lehman E. L.: Testing Statistical Hypotheses. Wiley, New York, 1959.

9.

Többdimenziós**analízis:**

Többdimenziós normális eloszlás, Wishart eloszlás. A többdimenziós normális eloszlás paramétereinek maximum likelihood hipotézisvizsgálatok.

Többváltozós lineáris regresszió, lineáris modell, lineáris becslések, Gauss–Markov tétel, statisztikai próbák a lineáris modellben. Variancia- és kovariancia analízis, Fisher-Cochran-tétel. Főkomponensanalízis, faktoranalízis, kanonikus korrelációanalízis. Osztályozási módszerek, alakfelismerés: klaszteranalízis, diszkriminanciaanalízis. Többdimenziós skálázás. Kontingenciatáblázatok elemzése: korrespondanciaanalízis, loglineáris modellek. Többváltozós küszöbmodellek, probit- és logitanalízis, Kaplan–Meier becslés cenzorált adatokra. EM algoritmus hiányos adatokra, ACE (Alternating Conditional Expectation) algoritmus az általánosított regressziós feladatra.

Irodalom:

Anderson T.W.: An Introduction to Multivariate Statistical Analysis. Wiley, New York, 1949.

Lawley D.N., Maxwell A.E.: Factor Analysis as a Statistical Method. Butterworths, London, 1971.

Móri F.T., Székely J.G.: Többváltozós statisztikai analízis. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986.

Rao C.R.: Linear Statistical Inference and Its Applications. Wiley, New York, 1965.

Bolla, M.: Többváltozós matematikai statisztika jegyzet. BME Matematika Intézet, Sztochasztika Tanszék, Bolla M. honlapján.